



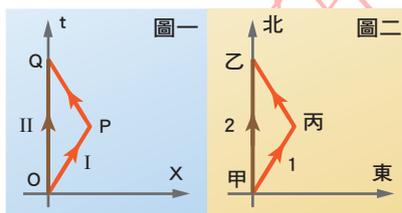
「孿生子吊詭」到底吊詭在哪裡？

孿生姊妹世界線的某種「長度」與其老化程度有關，並非在加速期間才減緩的。

孿生子吊詭是英文twin paradox的翻譯。因為paradox這個字的意思大約是「導致違反邏輯或直覺的錯誤論證」，所以孿生子吊詭所指的即是某個出了錯的推論。顧名思義，此推論應與孿生子有關，但它牽涉的其實是一個有趣的物理現象，這個現象是愛因斯坦在1905年首先提出的。愛因斯坦在指出這個現象之時，只當它是狹義相對論的推論結果，並不覺得有任何吊詭之處，但後來有人認為這個自然現象過於不可思議，誤以為它是個矛盾，才弄出了此一吊詭。

與孿生子吊詭相關的討論，最早見於愛因斯坦第一篇狹義相對論論文第四節，他寫道：「靜止座標系K中的A點與B點處，各有一個鐘，兩者是同步的。若我們讓位於A的鐘以速度v，沿著AB線段，朝向B前進，那麼當此鐘到達B時，兩個鐘就不再同步；從A移動至B的鐘會比原先就在B的鐘慢上 $1/2 \cdot tv^2/c^2$ 秒（忽略四次方以上的高階項），其中c是光速，t是（於靜止座標系K所量到的）鐘從A走到B的時間。」愛因斯坦所描述的就是所謂的「時間膨脹」現象，即運動的鐘走得比較慢這回事。他接下來又說如果A與B重疊，結果也是一樣；也就是說，假設A處最初有兩個同步的鐘，其中一個沿著一條封閉曲線以速度v運動，在t秒之後回到A，它會比停在A點不動的鐘慢上 $1/2 \cdot tv^2/c^2$ 秒。愛因斯坦的預測後來被人用精準的原子鐘證實了。

我現在用孿生子的比喻，把愛因斯坦的說明再解釋一遍：假設有一對孿生姊妹，兩人一開始都位於座標原點；然後姊姊以固定高速向右前進，當她移動了一段距離之後，就回頭向左以固定高速返回原點。妹妹則一直停留在原點不動。圖一是整個過程的時空圖（橫軸是空間軸，縱軸是時間軸）：姊姊的世界線是I，她從時空點O前進至P，然後再前往Q；妹妹一直停在原點，她的空間座標沒有任何改變，所以其世界線是從O到Q的直線II。姊妹再



次相會於Q時，姊姊發現當妹妹的鐘已經過了20年，自己的鐘卻只走了10年（這個時間取決於姊妹的速

度，也就是和其世界線的某種定義下的「長度」有關），即是說妹妹比姊姊多老了10年。

有人不接受這個妹妹比姊姊老的結果，因為若從姊姊的座標來看，姊姊自己靜止不動，妹妹才在運動，因此多老10年的應該是姊姊才對。這個矛盾即是孿生子吊詭。其實這個吊詭很容易駁斥，因為姊姊與妹妹的運動並非對稱的：姊姊必須離開再折返，會經歷加速度，而且妹妹一直靜止不動，完全沒有加速度；經歷了加速度的姊姊，一定知道外出跑了一圈的是自己。但是疑惑並未因此而完全消失。我們要追問：如果加速度是破解孿生子吊詭的關鍵，那麼是否也是造成姊姊老得較慢的原因，也就是說姊姊的老化是不是在加速期間才減緩下來的？答案是否定的！

讓我用一個簡易明瞭的比喻來說明這一點：假設阿信、阿德兩人同時出發分別以固定速率從甲地開車到乙地（見圖二），阿信先從甲地前往丙地，再轉向前往乙地（路徑1），阿德則走直線（路徑2）。阿德知道阿信走的距離比較長，因為他看到阿信先往丙地去然後再回頭。但是阿信可不可以辯稱從自己的觀點看，繞出去再返回的是阿德，所以是阿德走的距離比較長？當然不行，因為轉了彎的阿信經歷了加速度，而阿德沒有，所以兩人的旅程並不對稱。儘管加速度是區隔兩人旅程的關鍵，但阿信多走的距離並非來自他加速的期間。之前提過姊姊的老化程度只和其世界線的某種「長度」有關，這和比喻中的路徑距離類似。所以只要想通了圖二所示的比喻，就知道如何澈底破解孿生子吊詭。

SA

高涌泉是台灣大學物理系教授，最新的科普文集是《非物理不可》。